$3^{ème}$ Mathématiques

Correction des exercices de préparation à l'entrée en $3^{ème}$

La calculatrice ne doit pas être utilisée afin de travailler les automatismes de calcul mental et calcul posé sauf pour les exercices où elle apparait.
Certains problèmes nécessitent une recherche préalable au brouillon.

<u>Exercice 1</u>
Ecrire tous les multiples de 25 compris entre 99 et 200.
$25 \times 4 = 100$; $25 \times 5 = 125$; $25 \times 6 = 150$; $25 \times 7 = 175$; $25 \times 8 = 200$
Tous les multiples de 25 compris entre 99 et 200 sont 100 ; 125 ; 150 ; 175 et 200.

<u>Exercice 2</u>
Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.
1) 38 est un multiple de 4.
$38 = 4 \times 9 + 2$ donc 38 n'est pas un multiple de 4.
2) 15 est un diviseur de 45.
$45 = 15 \times 3$ donc 15 est un diviseur de 45.
3) 56 est divisible par 7.
$56 = 7 \times 8$ donc 56 est divisible par 7.
4) 114 est un multiple de 3.
$114 = 3 \times 38$ donc 114 est un multiple de 3.
ou 1 + 1 + 4 = 6 et 6 est un multiple de 3 donc 114 est un multiple de 3.

<u>Exercice 3</u>
Identifier les multiples de 14 parmi les nombres suivants : 56 ; 141 ; 280.
$56 = 14 \times 4$ donc 56 est un multiple de 14.
$141 = 14 \times 10 + 1$ donc 141 n'est pas un multiple de 14.
$280 = 14 \times 20$ donc 280 est un multiple de 280.

<u>Exercice 4</u>
Un jardinier doit semer du gazon dans un parterre en forme de disque de diamètre 12 m.

Il faut une boîte de 1 kg de graines pour planter 30 m^2 de gazon.
Combien de boîtes le jardinier doit-il prévoir ? Justifier la réponse.
Le diamètre du parterre en forme de disque est 12 m donc le rayon du disque est 6 m.
$\pi \times 6^2 = 36\pi$
Donc l'aire du parterre est 36π m^2.

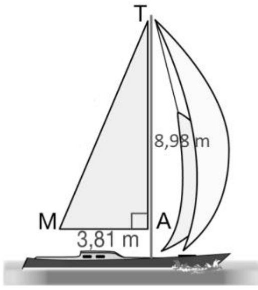
Soit x le nombre de boites nécessaires pour planter le gazon dans ce parterre.

Aire de gazon en m^2	30	36π
Nombre de boîtes	1	x

D'après l'égalité des produits en croix,
$x = \frac{36\pi \times 1}{30}$
$x = 1{,}2\pi$
$x \approx 3{,}7$

<u>Le nombre de boites est un nombre entier. Il faut donc prévoir 4 boites de 1 kg de graines.</u>

Exercice 5



La voile MAT de ce bateau peut être assimilée à un triangle rectangle en A tel que :
AM = 3,81 m et AT = 8,98 m.
Calculer une valeur approchée au centième près de la longueur MT en mètres.

Dans le triangle MAT rectangle en A, AM = 3,81 m et AT = 8,98 m.
D'après le théorème de Pythagore,

$\mathrm{MT}^2 = \mathrm{MA}^2 + \mathrm{AT}^2$

$\mathrm{MT}^2 = 3{,}81^2 + 8{,}98^2$

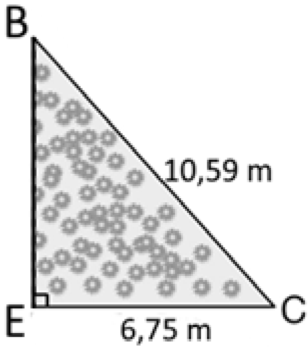
$\mathrm{MT}^2 = 95{,}1565$

$\mathrm{MT} = \sqrt{95{,}1565}$

$\mathrm{MT} \approx 9{,}75$

Une valeur approchée au centième près de la longueur MT est 9,75 mètres.

Exercice 6



Un massif de fleurs a la forme d'un triangle rectangle que le jardinier souhaite entourer d'une clôture.
Au moment de l'acheter, il s'aperçoit qu'il a oublié de mesurer un des côtés de l'angle droit.
Les deux seules mesures dont il dispose sont :
6,75 m et 10,59 m.

Calculer la longueur de clôture que le jardinier doit acheter.

Dans le triangle BEC rectangle en E, BC = 10,59 m et EC =6,75 m.
D'après le théorème de Pythagore, on a $\mathrm{BC}^2 = \mathrm{EB}^2 + \mathrm{EC}^2$

$10{,}59^2 = \mathrm{EB}^2 + 6{,}75^2$

$112{,}1481 = \mathrm{EB}^2 + 45{,}5625$

$\mathrm{EB}^2 = 112{,}1481 - 45{,}5625$

$\mathrm{EB}^2 = 66{,}5856$

$\mathrm{EB} = \sqrt{66{,}5856}$

$\mathrm{EB} = 8{,}16$

La longueur EB est 8,16 m.

Longueur de la clôture = $\mathrm{EB} + \mathrm{BC} + \mathrm{EC}$
$= 8{,}16\ m + 6{,}75\ m + 10{,}59\ m$
$= 25{,}5$ m

Le jardinier doit acheter 25,5 mètres de clôture.

Exercice 7

Calculer à la main.

a) – 7,3 + (– 4,6) = – 11,9

b) – 6,5 + 4 = – 2,5

c) 18 + (– 6,7) = 11,3

d) – 24,7 + (– 15,3) = – 40

e) 8,5 – (– 11,5) = 20

f) – 58 – (– 43,5) = – 14,5

g) – 37,5 – 82,5 = – 120

h) 16,5 – 5,6 = 10,9

Exercice 8

Julien avait 12 points sur son permis voiture. Il a commis quatre infractions de 4ème classe en deux ans : deux infractions pour téléphone au volant, un excès de vitesse de 25 km/h et un chevauchement de ligne continue.
Il a récupéré 4 points grâce à son stage de sensibilisation.

Téléphone au volant	– 3 points
Excès de vitesse entre 20 km/h et 29 km/h	– 2 points
Chevauchement de ligne continue	– 1 point

Combien de points reste-t-il à Julien ?

$$\begin{aligned} 12 - 2 \times 3 - 2 - 1 + 4 &= 12 - 6 - 2 - 1 + 4 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Il reste 7 points sur le permis de Julien.

Exercice 9

Calculer à la main.

a) – 6 × (– 4) = 24

b) 2 × (– 4,5) = – 9

c) – 5,42 × 100 = – 542

d) (– 15) × (– 6) = 90

e) 56 : (– 8) = – 7

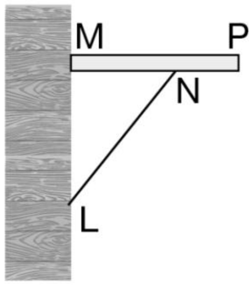
f) (– 48) : (– 4) = 12

g) (– 72) : (– 9) = 8

h) – 36 : 4 = – 9

Exercice 10

Sur un mur vertical, Maud a posé une étagère.
Voici les mesures qu'elle a effectuées :
MP = NL = 30 cm, NP = 12 cm et ML = 24 cm.
L'étagère est-elle horizontale ? Justifier la réponse.



NL = 30 cm et NP = 12 cm d'où MN = MP – NP = 30 cm – 12 cm = 18 cm
La longueur MN est 18 cm.

Ainsi, on sait que dans le triangle LMN, MN = 18 cm ; ML = 24 cm et NL = 30 cm.
[NL] est le plus grand des 3 côtés du triangle MNL

$$\begin{aligned} \mathrm{NL}^2 &= 30^2 \\ &= 900 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{ML}^2 + \mathrm{MN}^2 &= 24^2 + 18^2 \\ &= 576 + 324 \\ &= 900 \end{aligned}$$

On en déduit que $\mathrm{NL}^2 = \mathrm{ML}^2 + \mathrm{MN}^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNL est rectangle en M.
Comme le mur est vertical, l'étagère est horizontale.

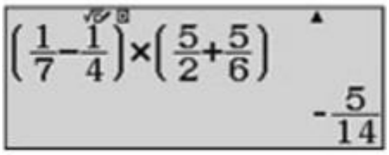
Exercice 11

La recette d'un cocktail de fruits indique qu'il faut mélanger un demi-litre de jus d'orange, un tiers de litre de jus de citron et un sixième de litre de sirop de grenadine.
Calculer la quantité de boisson obtenue.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{6}{6} \\ &= 1 \end{aligned}$$

On obtient 1 litre de boisson.

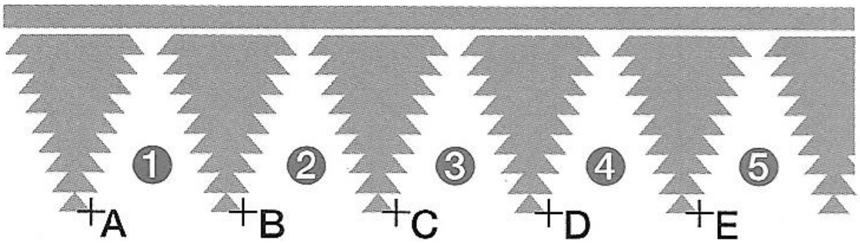
Exercice 12
Voici l'affichage obtenu à l'écran d'une calculatrice.



Justifier cet affichage en détaillant les étapes de calcul à la main.

$$\begin{aligned}
\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{5}{2}+\frac{5}{6}\right) &= \left(\frac{1\times 4}{7\times 4}-\frac{1\times 7}{4\times 7}\right)\times\left(\frac{5\times 3}{2\times 3}+\frac{5}{6}\right)\\
&= \left(\frac{4-7}{28}\right)\times\left(\frac{15+5}{6}\right)\\
&= -\frac{3}{28}\times\frac{20}{6}\\
&= \frac{-3\times 20}{28\times 6}\\
&= \frac{-3\times 4\times 5}{4\times 7\times 3\times 2}\\
&= -\frac{5}{14}
\end{aligned}$$

Exercice 13
Voici une frise de l'Alhambra à Grenade.



a) Par quelle translation, le motif 1 a pour image le motif 2 ?
Le motif 1 a pour image le motif 2 par la translation qui transforme A en B.

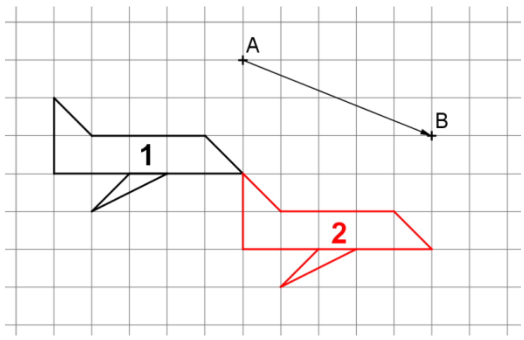
b) Par quelle translation, le motif 1 a pour image le motif 4 ?
Le motif 1 a pour image le motif 4 par la translation qui transforme A en D.

c) Par quelle translation, le motif 3 est l'image du motif 5 ?
Le motif 3 est l'image du motif 5 par la translation qui transforme E en C.

d) Par quelle translation, le motif 4 est l'image du motif 2 ?
Le motif 4 est l'image du motif 2 par la translation qui transforme B en D.

Exercice 14
Construire l'avion 2, image de l'avion 1 par la translation qui transforme A en B.

On déplace chaque point de la figure 1 de la même façon qu'on déplace A vers B.



Exercice 15
Sur une clé USB de 16 Go (gigaoctets) de capacité, 85 % sont déjà occupés.
Calculer le nombre de gigaoctets encore disponibles.

$16 \times \frac{85}{100} = 13{,}6$

Sur la clé USB, 13,6 Go sont occupés.

$16 - 13{,}6 = 2{,}4$

Il reste 2,4 Go disponibles sur la clé USB.

Exercice 16
En appuyant sur un bouton, on allume une des cases de la grille ci-contre au hasard.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1) Quelle est la probabilité que la case 1 s'allume ?

Il y a 9 cases distinctes. La probabilité que la case 1 s'allume est $\frac{1}{9}$.

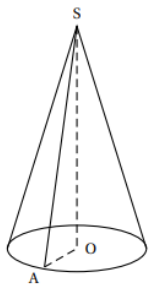
2) Quelle est la probabilité qu'une case marquée d'un nombre impair s'allume ?
Il y a 5 nombres impairs dans la grille composée de 9 cases. La probabilité qu'une case marquée d'un nombre impair s'allume est $\frac{5}{9}$.

3) Quelle est la probabilité qu'une case marquée d'un multiple de 3 s'allume ?
3, 6 et 9 sont les trois multiples de 3 de la grille. La probabilité qu'une case marquée d'un multiple de 3 s'allume est donc $\frac{3}{9}$, c'est-à-dire $\frac{1}{3}$.

4) Dans cette expérience aléatoire, définir un événement dont la probabilité est $\frac{4}{9}$.

« La case allumée est marquée d'un nombre pair » et « La case allumée est marquée d'un nombre inférieur ou égal à 4 » sont des évènements dont la probabilité est $\frac{4}{9}$.

Exercice 17
On considère la bougie conique représentée ci-contre.
Le rayon OA de sa base est 2,5 cm et sa hauteur [SO] mesure 6 cm.



1) Calculer le volume exact de la bougie.
2) Quelle est en litres la quantité de cire nécessaire à la fabrication de 800 bougies ? Donner une valeur approchée au cL près.

1) $V = \frac{1}{3} \times aire\ de\ la\ base\ \times hauteur$

$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 2{,}5^2 \times 6$

$V = 12{,}5\pi$

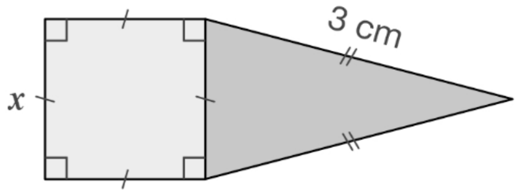
Le volume de la bougie est $12{,}5\pi$ cm^3.

2) $800 \times 12{,}5\pi = 10\,000\pi$.
Le volume de cire nécessaire pour la fabrication de 800 bougies est $10\,000\pi$ cm^3.

$10\,000\pi\ \text{cm}^3 = 10\ \pi\ \text{L} \approx 31{,}416\ \text{L}$

Une valeur approchée au cL près du volume de cire nécessaire est 31,42 L.

Exercice 18
Sur cette figure, le côté du carré a une longueur x en cm variable avec $x < 6$.



1) Exprimer le périmètre de la figure en fonction de x.

Le périmètre est la somme des longueurs de 3 côtés du carré et celles des deux côtés de même longueur du triangle :
$P = 3 \times x + 2 \times 3$
$P = 3x + 6$

Le périmètre de cette figure est $3x + 6$ cm

2) Calculer ce périmètre pour $x = 5$.
Pour $x = 5$,

$P = 3x + 6$
$P = 3 \times 5 + 6$
$P = 21$

Le périmètre de cette figure pour $x = 5$ est 21 cm.

Exercice 19
Développer puis réduire chaque expression.

A = 8(x + 3)	B = 3(2x + 5)	C = 6(2y – 1)	D = 4(x – 3)
$A = 8x + 8 \times 3$	$B = 3 \times 2x + 3 \times 5$	$C = 6 \times 2y - 6 \times 1$	$D = 4x - 4 \times 3$
$A = 8x + 24$	$B = 6x + 15$	$C = 12y - 6$	$D = 4x - 12$

Exercice 20
Marie dit :
« Je prends un nombre entier positif quelconque. Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 7. J'ajoute le triple du nombre de départ au résultat et j'enlève 21. J'obtiens toujours un multiple de 10. »
Marie a-t-elle raison ? Justifier la réponse.
Soit x un nombre entier positif.

- Je lui ajoute 3, j'obtiens : $x + 3$.
- Je multiplie le résultat par 7, j'obtiens : $(x + 3) \times 7$
- J'ajoute le triple du nombre de départ, j'obtiens : $(x + 3) \times 7 + 3x$
- J'enlève 21 : $(x + 3) \times 7 + 3x - 21$

Développons cette expression :
$$\begin{aligned}(x + 3) \times 7 + 3x - 21 &= 7x + 21 + 3x - 21 \\ &= 7x + 3x \\ &= 10x\end{aligned}$$

Marie obtient $10x$.

Or x est un nombre entier, donc $10x$ est un multiple de 10.

Par conséquent Marie a raison.