

Exercices de Préparation de la 2^{nde} à la 1^{ère} spécialité Maths

Chapitre 1 Calcul littéral

Partie A : Développer

Exercice 1

Dans chaque cas, développer et réduire.

$$A = 8(-2x + 9)$$

$$B = (x + 2)(x - 3)$$

$$C = (-3x + 7)(4x - 1)$$

$$D = (-3x + 1)(-5x + 2)$$

Exercice 2

$$A = (x + 4)^2$$

$$B = (-2x + 4)^2$$

$$C = (x - 10)^2$$

$$D = (2x - 10)^2$$

$$E = (-10x - 2)^2$$

$$F = (10x - 2)(10x + 2)$$

Partie B : Factoriser

Exercice 3

Repérer un facteur commun et factoriser

$$A = 28x - 21$$

$$B = -4x^2 + 18x$$

$$C = x(x - 1) + 2(x - 1)$$

$$D = -x(x + 3) + 4(x + 3)$$

Exercice 4

Démontrer que pour tout nombre réel x :

a. $-6x - 9 = -3(2x + 3)$

b. $(2x + 3)^2 + (-6x - 9) = 2x(2x + 3)$

Exercice 5

Dans chaque cas, factoriser.

$$A = y^2 - 10y + 25$$

$$B = y^2 + 10y + 25$$

$$C = y^2 - 49$$

$$D = 4x^2 - 36$$

$$E = 36x^2 - 12x + 1$$

$$F = 20 - 5x^2$$

Exercice 6

Ecrire chacune des expressions suivantes sous la forme d'un unique quotient (x est un nombre réel non nul).

$$A = \frac{4}{x} + \frac{2x + 1}{3x}$$

$$B = 3x - \frac{2x + 1}{3x}$$

Chapitre 2 Equation, inéquation

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque équation.

a. $(7x + 14)(-x - 3) = 0$ b. $x^2 - 16 = 0$ c. $4x^2 = 9$ d. $x(x + 1)(1 - 2x) = 0$

Exercice 2

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x - 5)^2 - 36$ (1)

1. Prouver que pour tout nombre réel x :

a. $f(x) = x^2 - 10x - 11$ (2)

b. $f(x) = (x - 11)(x + 1)$ (3)

2. Résoudre chaque équation en utilisant celle des formes (1), (2) ou (3) qui est la plus adaptée.

a. $f(x) = 0$ b. $f(x) = -36$ c. $f(x) = -11$

Exercice 3

a. Recopier et compléter le tableau de signes suivant, sans omettre les zéros.

x	$-\infty$	1	...	$+\infty$
$2x - 5$	...		...	...
$-x + 1$	...	0	...	...
$(2x - 5)(-x + 1)$	...		...	...

b. Ecrire une inéquation qui peut être résolue grâce à ce tableau et donner son ensemble des solutions.

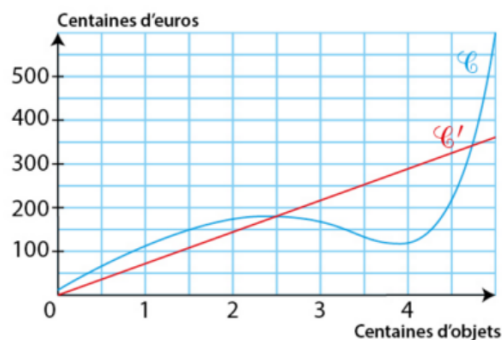
Chapitre 3 Généralités sur les fonctions

Exercice 1

Une entreprise fabrique chaque jour des objets. Dans le repère ci-contre, on a modélisé la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction coût total de production C et celle $\mathcal{C}'$ de la fonction recette R .

On rappelle que la fonction bénéfice notée B associe à chaque centaine d'objets la différence entre la recette et le coût de production correspondants.

- Combien l'entreprise doit-elle vendre pour réaliser un bénéfice positif ? Utiliser le graphique.
- Que penser de l'affirmation « il est préférable pour l'entreprise de fabriquer 400 objets plutôt que 450 objets » ?



Exercice 2

Voici le tableau de variation d'une fonction f .

- Ecrire un encadrement par deux nombres entiers consécutifs de l'image de 0.
- Quel est le nombre d'antécédents de -1 par f ?
- Quel est le nombre d'antécédents de 0 par f ?

t	-6	-2	4	6
$f(t)$	10	-1	0	-4

Exercice 3

h est la fonction définie sur $[0; 4]$ par $h(x) = -x^2 + 4x + 2$.

- Vérifier que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 4]$, $h(x) = -(x - 2)^2 + 6$
- Déterminer alors le signe de $h(x) - h(2)$ sur l'intervalle $[0; 4]$
- En déduire le maximum ou le minimum de la fonction h et préciser en quelle valeur il est atteint.

Chapitre 4 Généralités sur les vecteurs

Exercice 1

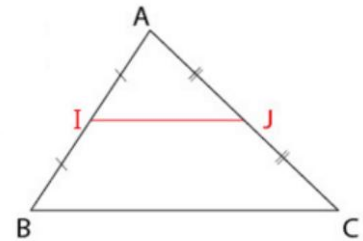
Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(0; 5)$, $B(-2; 1)$ et $C(5; 4)$.

- (a) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
- (b) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
- (c) Calculer les coordonnées du centre de ce parallélogramme.

Exercice 2

ABC est un triangle. I et J sont les milieux respectifs des côtés $[AB]$ et $[AC]$.

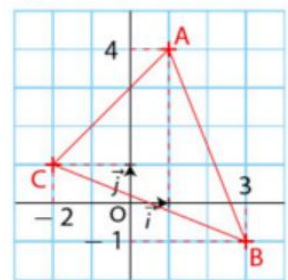
- (a) Compléter les deux égalités : $\overrightarrow{AI} = \dots \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \dots \overrightarrow{AC}$.
- (b) Démontrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$.



Exercice 3

Voici trois points A , B , C .

- (a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.
- (b) Démontrer que le triangle ABC est isocèle en B .



Exercice 4

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(2; 3)$, $B(5; 7)$ et $C(-7; -9)$.

Les points A , B , C sont-ils alignés ?

Chapitre 5 Vecteurs et droites

Exercice 1

Dans chaque cas, déterminer un vecteur directeur et les coordonnées d'un point de la droite d'équation donnée.

$$\begin{array}{ll} d_1 : 3x - 5y + 2 = 0 & d_2 : -x + 4y + 3 = 0 \\ d_3 : -2x + 1 = 0 & d_4 : \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y - 2 = 0 \end{array}$$

Exercice 2

d est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(1 ; 3)$ et qui passe par le point $A(-2 ; 4)$.

- Déterminer une équation cartésienne de d .
- Le point $B(5 ; 5)$ appartient-il à d ?

Exercice 3

- Déterminer une équation cartésienne de la droite qui passe par les points $A(2 ; 4)$ et $B(-1 ; 3)$.
- Le point $C(10 ; 7)$ appartient-il à la droite (AB) ?

Exercice 4

Dans chaque cas, tracer la droite d dont une équation cartésienne est donnée.

- $d_1 : -x + 3y + 1 = 0$
- $d_2 : -x + 3 = 0$

Chapitre 6 Probabilités

Exercice 1

Les employés d'un club de basketball local se répartissent comme suit :

	Joueur	Agent technique	Autre
Homme	47	18	37
Femme	25	11	12

On choisit l'un des employés au hasard.

Soit A l'événement « l'employé choisi est une femme ».

Soit B l'événement « l'employé choisi n'est pas un joueur ».

Trouver et interpréter chaque probabilité.

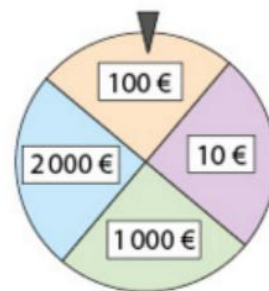
- (a) $P(A)$ (b) $P(A \cap \bar{B})$ (c) $P(A \cup B)$

Exercice 2

Deux candidats d'un jeu télévisé doivent, l'un après l'autre, faire tourner la roue ci-contre.

La roue est bien équilibrée et tous les secteurs sont superposables.

- (a) Représenter la situation par un arbre
(b) Déterminer la probabilité que le premier candidat ait moins gagné que le second.



Exercice 3

Le diagramme ci-contre présente le nombre de voitures d'un garage selon le type de moteur.

A (respectivement B) est l'ensemble des voitures pouvant fonctionner à l'électricité (respectivement l'essence).

- (a) Recopier et compléter le tableau croisé par les effectifs qui conviennent :

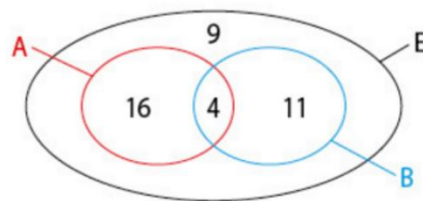
	A	$\bar{A}$
B	...	...
$\bar{B}$	...	...

- (b) On choisit au hasard la fiche d'une voiture de ce garage et on considère les événements :

- H : « la voiture est hybride (électricité et essence) »
- I : « la voiture est électrique (sans être hybride) »

Déterminer le nombre d'issues réalisant chaque événement :

$$H ; I ; A \cup B ; \bar{H} ; \bar{I} ; A \cap \bar{B}$$



Chapitre 7 Pourcentages et statistiques

Exercice 1

Dans la chorale d'adultes Arpège, on compte 64% de femmes et 35% d'entre elles sont des sopranos. Un quart des hommes sont des ténors.

Calculer la proportion en pourcentage des :

- (a) Femmes sopranos
- (b) Hommes ténors
- (c) Hommes autres que ténors

Exercice 2

Simon s'est équipé pour son sport favori.

- (a) Une raquette a un prix initial de 130€ et subit une réduction de 20%.
Quel est son nouveau prix ?
- (b) Des baskets sont affichées à 68€ après un rabais de 20%.
Quel était leur prix initial ?
- (c) Une casquette est passée de 28€ à 26,60€.
Quel est le taux de réduction ?

Exercice 3

Dans chaque cas, donner sous forme de pourcentage le taux global d'évolution équivalent aux évolutions successives indiquées. *Arrondir au centième si besoin.*

- (a) Trois hausses successives de 2%
- (b) Trois baisses successives de 30%

Exercice 4

Un pull rétrécit de 1% à chaque séchage en machine. Après trois séchages, la longueur des manches est de 59,4 centimètres.

Quelle était cette longueur, en centimètre, avant les trois séchages ? *Arrondir au dixième.*

Exercice 5

Une entreprise a effectué une étude sur la durée de réalisation d'un projet par ses employés.

- (a) Déterminer la moyenne m et l'écart-type s de cette série. *Arrondir au centième.*
- (b) Déterminer l'intervalle $[m - 2s; m + 2s]$ et calculer la proportion en pourcentage de projets dont la durée de réalisation est dans cet intervalle. *Arrondir au dixième.*

Nombre de jours	Nombre de projets
15	3
17	12
20	30
22	61
23	76
25	95
28	81
29	63
32	35
33	10
35	5

Correction des exercices de préparation de la seconde vers la première spécialité maths

Chapitre 1 Calcul littéral

Correction exercice 1

$$A = -16x + 72 \quad B = x^2 - x - 6 \quad C = -12x^2 + 31x - 7 \quad D = 15x^2 - 11x + 2$$

Correction exercice 2

$$A = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$$

$$A = x^2 + 8x + 16$$

$$B = 4x^2 - 16x + 16$$

$$C = x^2 - 20x + 100$$

$$D = 4x^2 - 40x + 100$$

$$E = 100x^2 + 40x + 4$$

$$F = 100x^2 - 4$$

Correction exercice 3

$$A = 7 \times 4x - 7 \times 3$$

$$A = 7(4x - 3)$$

$$B = 2x(-2x + 9)$$

$$C = (x - 1)(x + 2)$$

$$D = (x + 3)(-x + 4)$$

Correction exercice 4

a. Pour tout réel x : $-6x - 9 = -3 \times 2x + (-3) \times 3$

Donc pour tout réel x : $-6x - 9 = -3(2x + 3)$

b. Pour tout réel x : $(2x + 3)^2 + (-6x - 9) = (2x + 3) \times (2x + 3) - 3(2x + 3)$

Donc pour tout réel x : $(2x + 3)^2 + (-6x - 9) = (2x + 3)[(2x + 3) - 3]$

Enfin, pour tout réel x : $(2x + 3)^2 + (-6x - 9) = 2x(2x + 3)$

Correction exercice 5

$$A = (y - 5)^2$$

$$B = (y + 5)^2$$

$$C = (y - 7)(y + 7)$$

$$D = (2x - 6)(2x + 6)$$

$$E = (6x - 1)^2$$

$$F = 5(4 - x^2) = 5(2 - x)(2 + x)$$

Correction exercice 6

$$A = \frac{4 \times 3}{x \times 3} + \frac{2x + 1}{3x} = \frac{2x + 13}{3x}$$

$$B = \frac{9x^2 - 2x - 1}{3x}$$

Chapitre 2 Equation, inéquation

Correction exercice 1

a. $S = \{-3; -2\}$

b. $S = \{-4; 4\}$

c. $S = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$

d. $S = \{-1; 0; 0,5\}$

Correction exercice 2

1. a. Pour tout nombre réel x : $f(x) = x^2 - 10x + 25 - 36 = x^2 - 10x - 11$

b. Pour tout nombre réel x :

$$(x - 11)(x + 1) = x^2 - 11x + x - 11 = x^2 - 10x - 11 = f(x)$$

d'après la question précédente.

2. a. Avec la forme (3) $S = \{11; -1\}$

b. Avec la forme (1), l'équation est équivalente à $(x - 5)^2 = 0$ $S = \{5\}$

c. Avec la forme (2), l'équation est équivalente à $x(x - 10) = 0$ $S = \{0; 10\}$

Correction exercice 3

a.

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$2x - 5$	$\dots$	$\dots$	0	$\dots$
$-x + 1$	$\dots$	0	$\dots$	$\dots$
$(2x - 5)(-x + 1)$	$\dots$	0	$\dots$	$\dots$

b. $(2x - 5)(-x + 1) \geq 0$ et $S = [1; 2,5]$

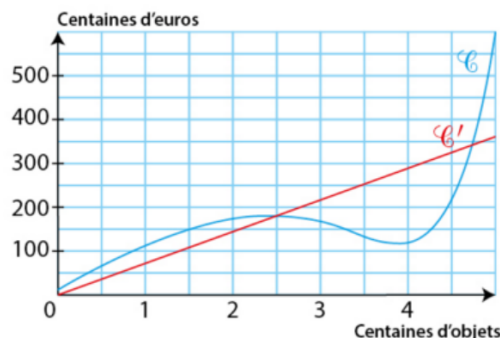
Chapitre 3 Généralités sur les fonctions

Correction exercice 1

Une entreprise fabrique chaque jour des objets. Dans le repère ci-contre, on a modélisé la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction coût total de production C et celle $\mathcal{C}'$ de la fonction recette R .

On rappelle que la fonction bénéfice notée B associe à chaque centaine d'objets la différence entre la recette et le coût de production correspondants.

- (a) Le bénéfice est positif sur les intervalles pour lesquels $R(x) > C(x)$ c'est-à-dire lorsque $x \in [2,5; 4,75]$ donc l'entreprise doit vendre entre 250 et 475 (environ) objets.
- (b) L'affirmation est vraie. En effet, la différence $B(x) - C(x)$ est plus importante lorsque $x = 400$.



Correction exercice 2

Voici le tableau de variation d'une fonction f .

- (a) La fonction est croissante sur $[-2; 4]$ et $0 \in [-2; 4]$ donc $f(0) \in [f(-2); f(4)]$ soit $f(0) \in [-1; 0]$
- (b) Le nombre -1 admet deux antécédents : le nombre -2 et un antécédent compris entre 4 et 6 .
- (c) Le nombre 0 admet deux antécédents : un antécédent compris entre -6 et -2 et le nombre 4 .

t	-6	-2	4	6
$f(t)$	10	-1	0	-4

Correction exercice 3

h est la fonction définie sur $[0; 4]$ par $h(x) = -x^2 + 4x + 2$.

- (a) Pour tout réel x de l'intervalle $[0; 4]$, $-(x-2)^2 + 6 = -x^2 + 4x - 4 + 6 = -x^2 + 4x + 2 = h(x)$
- (b) On a $h(2) = 6$ donc pour tout réel x de l'intervalle $[0; 4]$, on a $h(x) - h(2) = -(x-2)^2 + 6 - 6 = -(x-2)^2$. Or $(x-2)^2 \geq 0$ donc $h(x) - h(2) \leq 0$.
- (c) Pour tout $x \in [0; 4]$, $h(x) - h(2) \leq 0$ donc $h(x) \leq h(2)$. La fonction h admet donc un maximum atteint pour $x = 2$ et sa valeur est $h(2) = 6$.

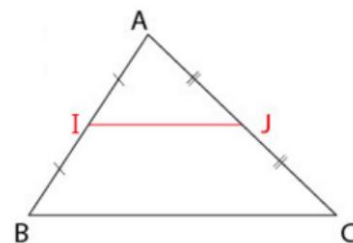
Chapitre 4 Généralités sur les vecteurs

Correction exercice 1

- (a) Pour aller de A vers B , on effectue une translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, c'est-à-dire de -2 unités selon l'axe des abscisses et de -4 unités selon l'axe des ordonnées. On a donc $\overrightarrow{AB}(-2 - 0; 1 - 5)$ soit $\overrightarrow{AB}(-2; -4)$.
- (b) $ABCD$ soit un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ soit $5 - x_D = -2$ et $4 - y_D = -4$ soit $x_D = 7$ et $y_D = 8$. Finalement, $D(7; 8)$.
- (c) Soit I le centre de ce parallélogramme. C'est le milieu de ses diagonales. Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu donc I est en particulier le milieu de $[AC]$ et $I\left(\frac{0+5}{2}; \frac{5+4}{2}\right)$ soit $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

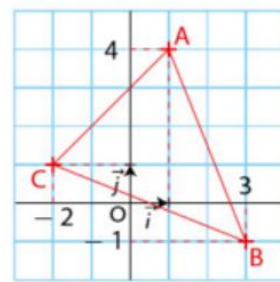
Correction exercice 2

- (a) On a $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
- (b) D'après la relation de Chasles, on a :
- $$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.$$



Correction exercice 3

- (a) On a $A(1; 4)$, $B(3; -1)$ et $C(-2; 1)$ donc $\overrightarrow{AB}(2; -5)$ et $\overrightarrow{BC}(-5; 2)$.
- (b) On a $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-5)^2} = \sqrt{29}$ et $\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(-5)^2 + 2^2} = \sqrt{29}$ donc $AB = BC$ donc le triangle ABC est isocèle en B .



Correction exercice 4

On a $\overrightarrow{AB}(3; 4)$ et $\overrightarrow{AC}(-9; -12)$. On constate que $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{AB}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, les points A , B et C sont donc alignés.

Chapitre 5 Vecteurs et droites

Correction exercice 1

Pour d_1 : $\vec{u}(5; 3)$ est un vecteur directeur de d_1 .

Pour $x = 0$, l'équation devient $3 \times 0 - 5y + 2 = 0$. On en déduit que $y = 2/5$.

Le point de coordonnées $(0; 2/5)$ appartient à la droite d_1 .

Pour d_2 : $\vec{u}(-4; -1)$ est un vecteur directeur de d_2 et $(-1; -1) \in d_2$.

Pour d_3 : $\vec{u}(0; -2)$ est un vecteur directeur de d_3 et $(0,5; 7) \in d_3$.

Pour d_4 : $\vec{u}(-3/2; 1/2)$ est un vecteur directeur de d_4 et $(1; 1) \in d_4$.

Correction exercice 2

- a. Comme $\vec{u}(1; 3)$ est un vecteur directeur de d , alors d admet une équation cartésienne de la forme : $3x - y + c = 0$

De plus, $A(-2; 4) \in d \Leftrightarrow 3x_A - y_A + c = 0$

$$\Leftrightarrow c = 10$$

$$d : 3x - y + 10 = 0$$

- b. $3 \times 5 - 5 + 10 \neq 0$, alors B n'appartient pas à d .

Correction exercice 3

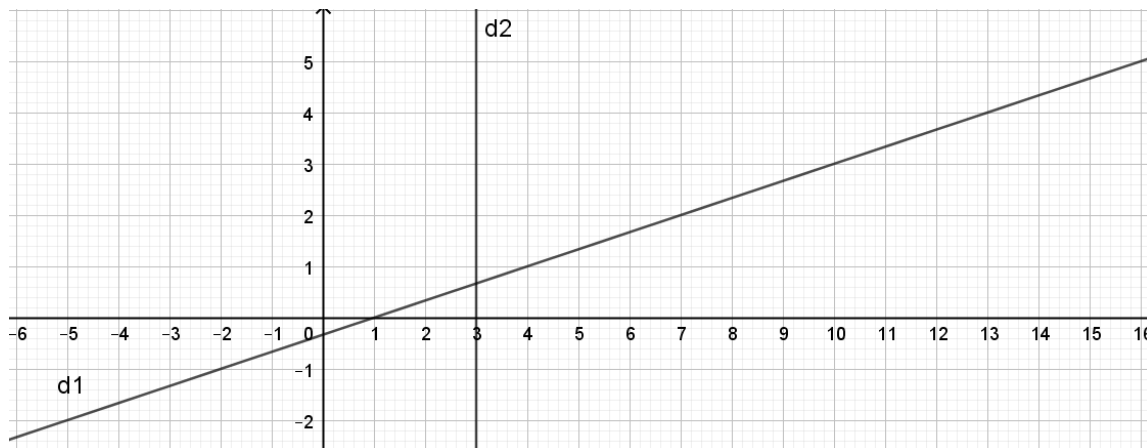
- a. $\overrightarrow{AB}(-3; -1)$ est un vecteur directeur de (AB) , alors (AB) admet une équation cartésienne de la forme $-x + 3y + c = 0$.

Comme $A \in (AB)$, on en déduit que $c = -10$.

$$(AB) : -x + 3y - 10 = 0$$

- b. $-10 + 3 \times 7 - 10 \neq 0$, alors C n'appartient pas à (AB) .

Correction exercice 4



Chapitre 6 Probabilités

Correction exercice 1

(a) $P(A) = \frac{25+11+12}{150} = \frac{48}{150} = \frac{8}{25}$.

La probabilité que l'employé choisi soit une femme est $\frac{8}{25}$.

(b) $P(A \cap \bar{B}) = \frac{25}{150} = \frac{1}{6}$.

La probabilité que l'employé choisi soit une femme joueuse est $\frac{1}{6}$.

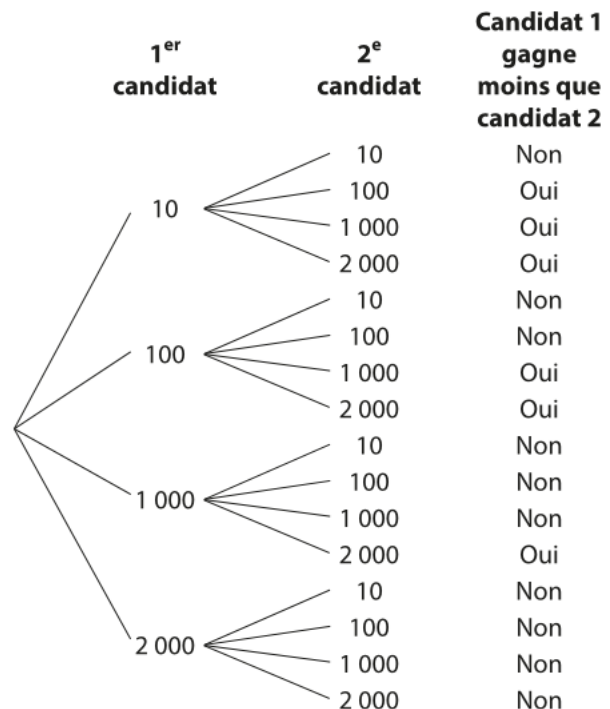
(c) $P(A \cup B) = \frac{150-47}{150} = \frac{103}{150}$.

La probabilité que l'employé choisi soit une femme ou ne soit pas un joueur (tout sauf un homme joueur) est $\frac{103}{150}$.

Correction exercice 2

(a) Arbre ci-contre.

(b) La probabilité que le premier candidat ait moins gagné que le second est de $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$



Correction exercice 3

(a) Tableau croisé complété :

	A	$\bar{A}$
B	4	11
$\bar{B}$	16	9

- (b) Nombre d'issues réalisant H : 4
 Nombre d'issues réalisant I : 16
 Nombre d'issues réalisant $A \cup B$: 31
 Nombre d'issues réalisant $\bar{H}$: 36
 Nombre d'issues réalisant $\bar{I}$: 24
 Nombre d'issues réalisant $A \cap \bar{B}$: 16

Chapitre 7 Pourcentages et statistiques

Correction exercice 1

- (a) La proportion de femmes sopranos est de $0,64 * 0,35 = 0,224 = 22,4 \%$
(b) Il y a 64% de femmes donc 36% d'hommes.
La proportion d'hommes ténors est de $0,36 * 0,25 = 0,09 = 9\%$
(c) 25% des hommes sont ténors donc 75% ne sont pas ténors.
La proportion d'hommes autres que ténors est de $0,36 * 0,75 = 0,27$.

Correction exercice 2

- (a) La réduction de 20% correspond à un coefficient multiplicateur de $1 - 0,2 = 0,8$
 $130 \text{ €} \times 0,8 = 104 \text{ €}$
Le nouveau prix est 104 €.
(b) Soit p le prix des baskets avant réduction. On a $0,8p = 68\text{€}$ soit $p = \frac{68\text{€}}{0,8} = 85\text{€}$.
(c) La variation est de $26,6\text{€} - 28\text{€} = -1,4\text{€}$ soit un taux de $\frac{-1,4\text{€}}{28\text{€}} = -0,05 = -5\%$ (5% de réduction).

Correction exercice 3

- (a) Chaque hausse de 2% correspond à une multiplication par $1 + 2\% = 1,02$ donc le coefficient multiplicateur global est de $1,02^3 = 1,061208$.
C'est donc une évolution globale de $1,061208 - 1 = 6,1208\%$ (environ 6,12% d'augmentation).
(b) Chaque baisse de 30% correspond à une multiplication par $1 - 30\% = 0,7$ donc le coefficient multiplicateur global est de $0,7^3 = 0,343$.
C'est donc une évolution globale de $0,343 - 1 = -65,7\%$ (65,7% de diminution).

Correction exercice 4

Notons l la longueur des manches avant les séchages.

A chaque séchage, la longueur est multipliée par $1 - 1\% = 0,99$ donc le taux d'évolution global correspondant à 3 séchages est $0,99^3$.

On a donc $0,99^3 * l = 59,4 \text{ cm}$ soit $l = \frac{59,4 \text{ cm}}{0,99^3} \approx 61,2 \text{ cm}$.

Correction exercice 5

- (a) A l'aide de la calculatrice ou en utilisant la définition, on trouve $m \approx 25,55 \text{ j}$ et $s \approx 3,89 \text{ j}$.
(b) En utilisant les valeurs précédentes, on trouve $m - 2s \approx 17,77 \text{ j}$ et $m + 2s \approx 33,33 \text{ j}$. Il y a 451 projets dont la durée est comprise entre 18 jours (inclus) et 33 jours (inclus) dont la proportion de projets appartenant à $[m - 2s; m + 2s]$ est de $\frac{451}{471} \approx 0,958$ soit environ 95,8%.

Nombre de jours	Nombre de projets
15	3
17	12
20	30
22	61
23	76
25	95
28	81
29	63
32	35
33	10
35	5